

PLUG のモデルについて

1. PLUG コードの概要

PLUG コードは、炉心損傷の事象推移において機械的エネルギーが発生した際に、上部プレナム内のナトリウムの上方への加速される結果生じる遮へいプラグ（以下「プラグ」という）の下面での圧力発生に対するプラグの応答及びプラグ間隙を通じて格納容器床へと噴出するナトリウム量を解析するために開発された計算コードである。

PLUG コードでは、種々のプラグを質点として、その固定ボルト（以下ボルトという）をバネとしてモデル化し、各プラグの1次元の運動方程式を連成させて解くことによりその相対運動を計算する。また、プラグ間の相対変位により生じる間隙から噴出するナトリウム量を、原子炉容器内とプラグ上面との圧力差を用いてベルヌーイの式を用いて計算する。図1に高速実験炉「常陽」を対象としたPLUG コードの計算モデルを示す。図1では、「常陽」の大回転プラグ、小回転プラグ及び炉心上部機構の3つをモデル化した例を示している。

主要な入力は、プラグの幾何形状と重量、ボルトの幾何形状及び材料特性、並びにプラグ下面に作用する圧力の時間履歴である。これらに基づいてプラグ及びボルトの動的応答並びにナトリウム噴出量が計算される。

2. プラグの運動解析モデル

炉心損傷事故時に発生する大きな圧力により各プラグがその下面に圧力を受けると、ボルトを介して相互に複雑な相対運動が生じる。PLUG コードでは、ナトリウム噴出の可能性を持つすべてのプラグ（最大16個まで）の運動を連立して一度に解く方法を採用している。

2.1. プラグの運動方程式

鉛直上向きを正として、プラグの運動方程式は以下で表される。

$$m_j \ddot{x}_j = A_j P_j - F_j + \sum_{k \in S_j} F_k \dots (1)$$

ここで

- m : プラグの質量 (kg)
- x : プラグの絶対変位 (m)
- A : プラグの受圧面積 (m²)
- P : プラグの受圧面に作用する圧力 (Pa)
- F_j : プラグ番号 j のプラグとその被搭載プラグ J との間に作用するボルトの抗力 (N)

S_j : プラグ番号 j のプラグに搭載されるプラグ番号の集合

添字 :

j : プラグ番号

k : プラグ番号 j のプラグに搭載されるプラグの番号

プラグ j とその被搭載プラグ J との間に作用するボルトの抗力は、着目するプラグ j とその被搭載プラグ J との相対変位を用いて2式のように表される。

$$F_j = S_j \sigma_j = S_j H_j \varepsilon_j = S_j H_j \frac{x_j - x_J}{l_j} \quad \dots (2)$$

ここで

S : プラグを固定している全ボルトの有効断面積 (m²)

σ : ボルトに作用する応力 (Pa)

H : ボルトの応力-ひずみ関係における接線係数 (Pa)

ε : ボルトのひずみ (-)

l : ボルトの有効長 (初期値) (m)

添字 :

j : 着目するプラグ番号

J : 着目するプラグの被搭載プラグの番号

(2)式を(1)式に代入すると、次の運動方程式が得られる。

$$m_j \ddot{x}_j = A_j P_j - \frac{x_j - x_J}{l_j} S_j H_j + \sum_{k \in S_j} \left(\frac{x_k - x_j}{l_k} S_k H_k \right) \quad \dots (3)$$

運動方程式の具体的な解法は付録に記載する。

2.2. プラグ間の衝突

プラグ同士が衝突する場合には、反発係数を用いて衝突後のプラグの速度を計算する。プラグ間の衝突はあるタイムステップ内で生じるため、衝突が生じる場合には、当該タイムステップを衝突前と衝突後の二つの時間幅に分割して計算を進める。反発係数は衝突するプラグ間に固有の値を入力として与えるが、衝突速度への依存性を考慮できるようテーブルで与えることもできる。

2.3. 塑性変形の扱い

PLUG コードでは、ボルトは弾塑性体としてモデル化され、その応力-ひずみ関係に区分線形関数を用いる。

3. ナトリウムの噴出解析モデル

3.1. モデル化の方針

プラグ間の間隙を通じたナトリウムの噴出挙動を動的かつ非定常の流動方程式を用いて解こうとするといくつかの困難な問題が生じる。一つは、水平な流路にナトリウムが流入している状態でプラグ間隙が閉じる方向にプラグが運動すると、プラグがナトリウムを圧縮しナトリウムとの相互作用を生じることである。もう一つは、プラグの変位によって流路長や流路幅が変化し、流動抵抗が変化することである。特に鉛直方向のプラグ間隙部では、ナトリウムと内側及び外側の壁面との相対速度が異なる場合がある。

そこで PLUG コードでは、適切な保守性を保ちつつ、これらの問題を回避してナトリウムの噴出量を評価することを目的として、基礎方程式として一次元の定常流動方程式（ベルヌーイの式）を採用することとした。この定常方程式を用いて、動的に応答するプラグの間隙に流入/流出するナトリウムの流動を、次の方法で解く。

- 1) あるタイムステップにおいてプラグ間隙部は液体ナトリウムで満たされていると仮定する。
- 2) あるタイムステップにおける流路の形状、出入口圧力差が一定であるとして、そのタイムステップにおける定常の流速（流量）を計算する。
- 3) 当該タイムステップ間は2)で計算した流速でナトリウムがプラグ間隙部に流入するとして、流量を計算する。

この計算方法はナトリウムの流動慣性を無視する方法であり、結果としてナトリウムの噴出量を過大に評価する（保守的に評価する）ため、PLUG コードではこの方法を採用している。

3.2. 流路のモデル化と解法

PLUG コードでは、一つのプラグ間隙をいくつかの区分流路の組み合わせとしてモデル化する。垂直な流路部分は環状流路として、水平な流路部分は矩形の流路として、また垂流路と水平流路の接続部は曲がり流路（エルボ）としてモデル化する（図2参照）。

簡単のため次の①～③を仮定すると、プラグ間隙部を流れるナトリウム流はベルヌーイの方程式（等温系における定常のエネルギー保存式）に従うため、N個の区分流路を持つプラグ間隙部における入口（原子炉容器内）と出口（プラグ上面）との圧力差は(4)式で表される。

- ① プラグ間隙部の流れは定常流である
- ② 液体ナトリウムは非圧縮性・非粘性の流体として扱うことができる
- ③ 流れは乱流または流れ方向に一様の流速分布を持つ。

$$P_{in} - P_{out} = \frac{1}{2}\rho(V_{out}^2 - V_{in}^2) + \rho g(H_{out} - H_{in}) + \sum_{n=1,N} \Delta F_n \quad \dots (4)$$

ここで

- P : 圧力 (Pa)
 ρ : 密度 (kg/m³)
 V : 流速 (m/s)

- g : 重力加速度 (m/s²)
- H : 基準面からの高さ (m)
- ΔF_n : 区分流路 n における摩擦損失または形状損失 (Pa)
- in : プラグ間隙部の入口 (原子炉容器内) を示す添え字
- out : プラグ間隙部の出口 (プラグ上面) を示す添え字
- N : 区分流路の数

入口側の断面を炉上部プレナム部の流路断面積の大きい位置にとると $V_{in} \cong 0$ となる。

$\Delta H = H_{out} - H_{in}$ とおくと (4) 式は以下のようになる。

$$P_{in} - P_{out} = \frac{1}{2} \rho V_{out}^2 + \rho g \Delta H + \sum_{n=1, N} \Delta F_n \quad \dots (5)$$

(5) 式の左辺は PLUG コードの入力として与えられる。右辺は質量流量の関数となる。PLUG コードでは、各タイムステップにおいて (5) 式を解くことにより、当該タイムステップにおける流量を得る。(5) 式の具体的な解法は二分法である。解の存在する領域の上側及び下側に初期値 (質量流量) を設定して解く。各区分流路の摩擦損失または形状損失 ΔF_n は関連式を用いて計算する。

3.3. 区分流路の摩擦損失または形状損失

3.3.1. 垂直流路

垂直流路の摩擦損失はダルシー・ワイズバッハの式を用いて計算される。

$$\Delta P = \lambda \frac{L}{D_h} \frac{\rho V^2}{2} \quad \dots (6)$$

ここで

- ΔP : 摩擦損失 (Pa)
- λ : 摩擦係数 (-)
- L : 流路長さ (m)
- D_h : 水力等価直径 (m)
- ρ : 密度 (kg/m³)
- V : 速度 (m/s)

垂直流路は図 3 に示すような環状流路としてモデル化される。当該流路の摩擦係数は以下の式で計算される^[1]。

$Re \leq Re_{crit-l}$ の場合 :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \frac{(D_o - D_i)^2}{D_o^2 + D_i^2 - (D_o - D_i)/[\ln(D_o/D_i)]} \quad \dots (7)$$

$Re_{crit-t} \leq Re$ の場合：

$$\lambda = 0.3051 \cdot Re^{-\frac{1}{4}} \cdot f(\varepsilon) \quad \dots (8)$$

$$f(\varepsilon) = 1.056 + 0.02 \log_{10}(\varepsilon - 0.0015)$$

$$\varepsilon = \frac{D_i}{D_o}$$

$Re_{crit-l} \leq Re \leq Re_{crit-t}$ の場合：

λ は $\lambda|_{Re=Re_{crit-l}}$ と $\lambda|_{Re=Re_{crit-t}}$ との間で直線内挿される。

ここで

Re :	レイノルズ数 (-)
Re_{crit-l} :	層流域の上限レイノルズ数 (=2000)
Re_{crit-t} :	欄流域の加減レイノルズ数 (=4000)
D_o :	流路の外直径 (m)
D_i :	流路の内直径 (m)

3.3.2. 水平流路

水平流路の摩擦損失もまたダルシー・ワイズバッハの式を用いて計算される。水平流路は、図4に示すような矩形流路としてモデル化される。流路の高さ及び長さは、それぞれ大円の高さ、及び大円及び小円の半径差が与えられる。流路の幅については、流動抵抗が小さくなるよう、大円の周長を与える。当該流路の摩擦係数は以下の式で計算される^[2]。

$Re \leq Re_{crit-l}$ の場合：

$$\lambda = \frac{64}{Re} \cdot k \quad \dots (9)$$

$$k = \frac{3/2}{(1 + \varepsilon)^2} \cdot \left[1 - \frac{192\varepsilon}{\pi^5} \left\{ \tanh\left(\frac{\pi}{2\varepsilon}\right) + \frac{1}{3^5} \tanh\left(\frac{3\pi}{2\varepsilon}\right) \right\} \right]^{-1}$$

$$\varepsilon = \frac{b}{a}$$

$Re_{crit-t} \leq Re$ の場合：

$$\lambda = 0.3164 \cdot Re^{-\frac{1}{4}} \quad \dots (10)$$

$Re_{crit-l} \leq Re \leq Re_{crit-t}$ の場合：

λ は $\lambda|_{Re=Re_{crit-l}}$ と $\lambda|_{Re=Re_{crit-t}}$ との間で直線内挿される。

乱流状態における矩形流路の摩擦係数は保守的に円管に対するそれ（(10)式）を用いることとした。あるレイノルズ数を与えた場合に、円管の摩擦係数が他の（より複雑な）式から得られる摩擦係数よりも小さくなることから、円管に対する摩擦係数式を用いる方が保守的であると判断したことによる。

3.3.3. エルボ及び入口部

エルボ及び入口部の形状損失もまたダルシー・ワイズバッハの式を用いて計算される。

$$\Delta P = \zeta \frac{\rho V^2}{2} \quad \dots (11)$$

ここで

ζ : 抵抗係数 (-)

(11)式におけるエルボの流速の計算に当たっては入口側の流路断面積が、入口部の流速の計算に当たっては絞り後の流路断面積がそれぞれ用いられる。バンド及び入口部の抵抗係数は、流動抵抗を小さく見積もるよう、0.1を与える。

3.4. ナトリウム噴出の判断

プラグ上面にナトリウムが噴出するか否かの判断は、プラグ間隙部に流入するナトリウム体積が、プラグ間隙部の体積よりも大きい場合に、噴出したと判断する。

4. 参考文献

- [1] 「技術資料 管路・ダクトの流動抵抗」、日本機械学会、1979年1月。
- [2] 「機械工学便覧」、日本機械学会、2014年3月。

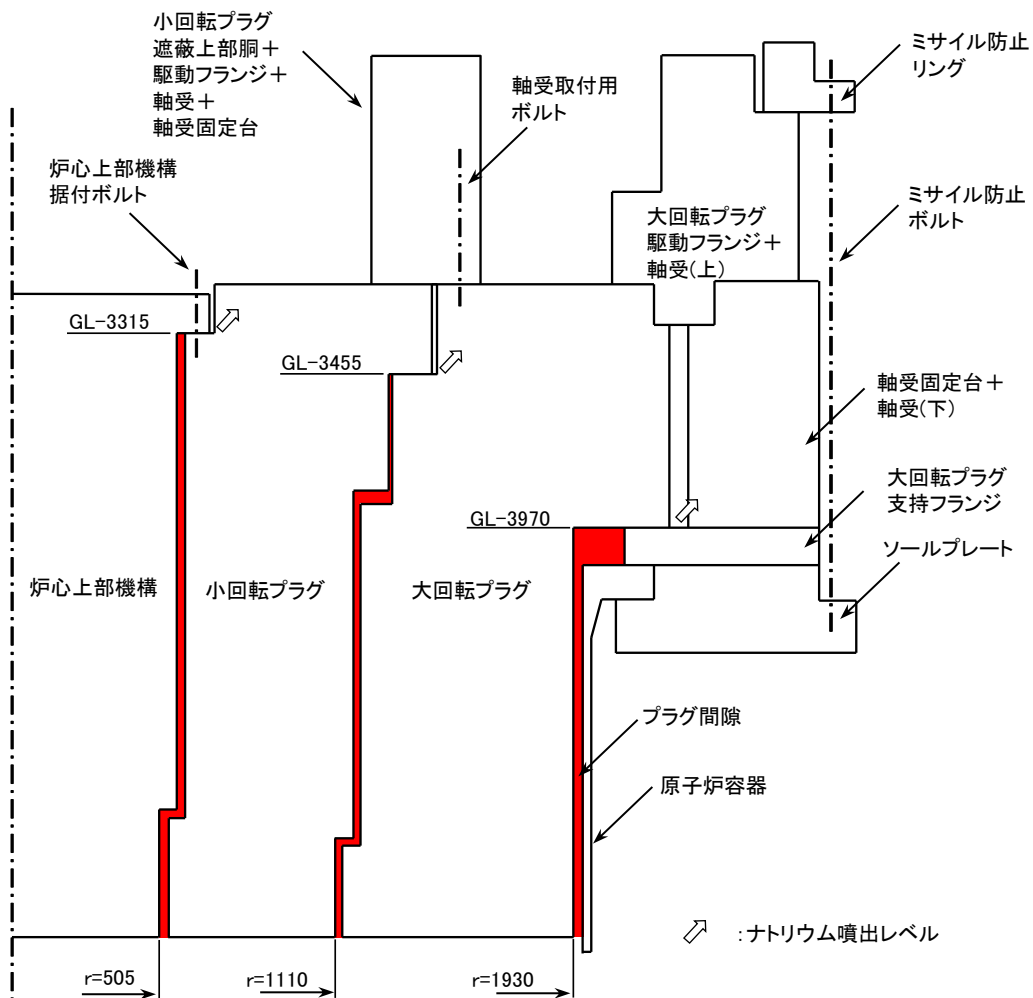


図1 高速実験炉「常陽」を対象とした PLUG コードの計算モデル

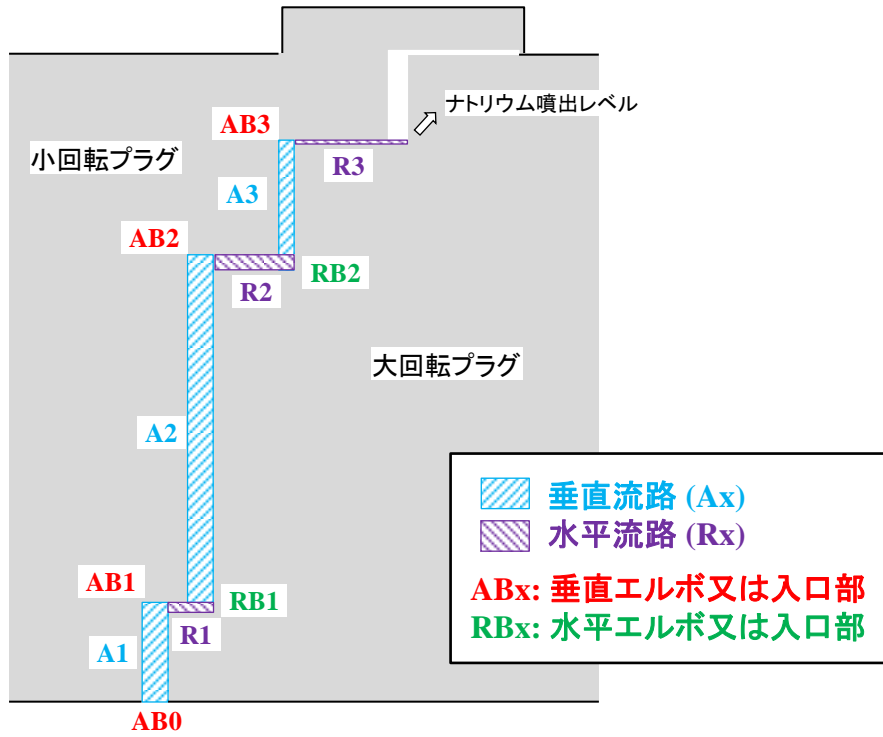


図2 PLUGコードにおける流路のモデル化の例（大回転プラグ及び小回転プラグの間隙部）

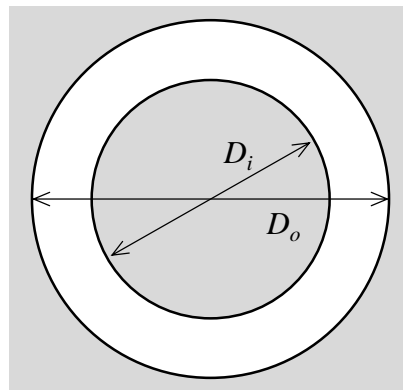


図3 垂直流路の流路断面

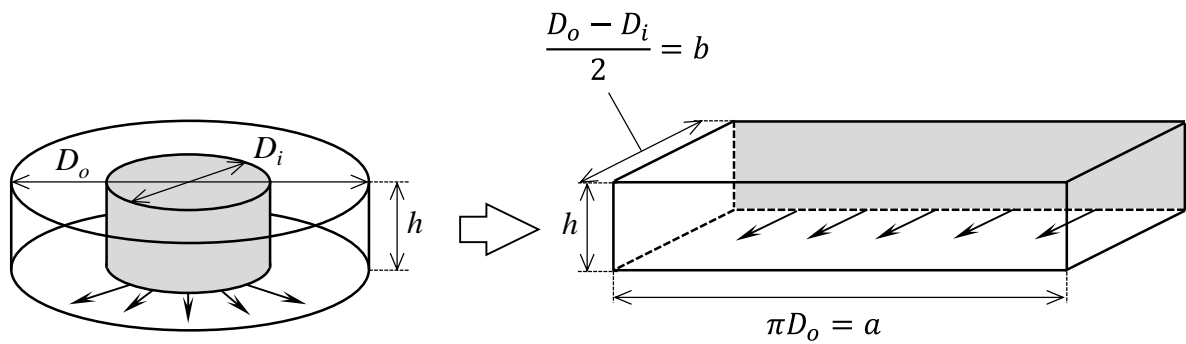


図4 水平流路のモデル化

プラグの運動方程式の解法

1. プラグの運動方程式の行列形式表示

(3)式のプラグ運動方程式を変位 x について整理すると(A-1)式のようになる。

$$m_j \ddot{x}_j + \left(\frac{S_j H_j}{l_j} + \sum_{k \in S_j} \left(\frac{S_k H_k}{l_k} \right) \right) x_j - \frac{S_j H_j}{l_j} x_j - \sum_{k \in S_j} \left(\frac{S_k H_k}{l_k} x_k \right) = A_j P_j \quad (\text{A-1})$$

ここで

$$\frac{S_j H_j}{l_j} = D_j \quad (\text{A-2})$$

と置き、(A-1)式を行列形式で表示すると、(A-3)式のように表せる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [D]\{x\} = \{AP\} \quad (\text{A-3})$$

ここで

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & \cdots & & & 0 \\ & & m_3 & \ddots & & \vdots \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ & & & & m_{14} & \\ 0 & & \cdots & & & m_{15} \\ & & & & & & m_{16} \end{bmatrix} \quad \dots \quad (\text{A-4})$$

$$\{\ddot{x}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_{15} \\ \ddot{x}_{16} \end{Bmatrix}, \quad \{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{15} \\ x_{16} \end{Bmatrix}, \quad \{AP\} = \begin{Bmatrix} A_1 P_1 \\ A_2 P_2 \\ \vdots \\ A_{15} P_{15} \\ A_{16} P_{16} \end{Bmatrix} \quad \dots \quad (\text{A-5})$$

なお、(A-6)式は付表1に示すようなプラグの搭載関係を仮定した場合の行列である（付図1参照）。

2. プラグの運動方程式の解法

(A-3)式に対して、より一般的に減衰係数行列 $[C]$ を考慮すると、タイムステップ $i+1$ における運動方程式は以下のようなになる。

$$[M]\{\ddot{x}\}_{i+1} + [C]\{\dot{x}\}_{i+1} + [D]\{x\}_{i+1} = \{AP\}_{i+1} \quad \dots (A-7)$$

この運動方程式を Newmark のベータ法を用いて解く。Newmark のベータ法は振動方程式を数值的に解く代表的な手法であり、 $i+1$ ステップでの速度、変位をパラメータ β を用いて次式のように仮定する。

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + \Delta t\{\dot{x}\}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2\{\ddot{x}\}_i + \beta\Delta t^2\{\ddot{x}\}_{i+1} \quad \dots (A-8)$$

$$\{\dot{x}\}_{i+1} = \{\dot{x}\}_i + (1 - \gamma)\Delta t\{\ddot{x}\}_i + \gamma\Delta t\{\ddot{x}\}_{i+1} \quad \dots (A-9)$$

ここで β 及び γ は定数である。(A-8)及び(A-9)式を(A-7)式に代入すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{x}\}_{i+1} + [C](\{\dot{x}\}_i + (1 - \gamma)\Delta t\{\ddot{x}\}_i + \gamma\Delta t\{\ddot{x}\}_{i+1}) \\ + [D]\left(\{x\}_i + \Delta t\{\dot{x}\}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2\{\ddot{x}\}_i + \beta\Delta t^2\{\ddot{x}\}_{i+1}\right) = \{AP\}_{i+1} \end{aligned} \quad \dots (A-10)$$

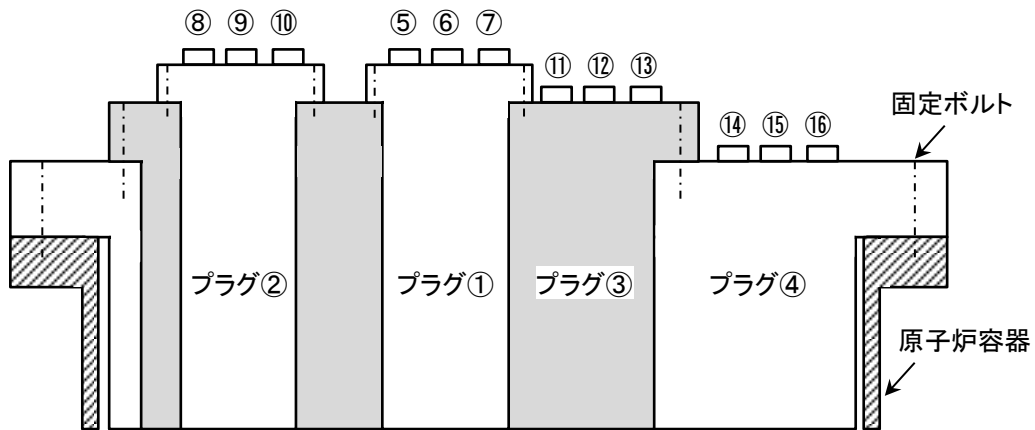
(A-10)式を $\{\ddot{x}\}_{i+1}$ について解くと以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \{\ddot{x}\}_{i+1} = ([M] - \gamma\Delta t[C] - \beta\Delta t^2[D])^{-1} \left(\{AP\}_{i+1} - \left((1 - \gamma)\Delta t[C] + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2[D] \right) \{\ddot{x}\}_i \right. \\ \left. - ([C] + \Delta t[D])\{\dot{x}\}_i - [D]\{x\}_i \right) \end{aligned} \quad \dots (A-11)$$

(A-11)式の右辺は既知の変数からなり、これにより $\{\ddot{x}\}_{i+1}$ が求まる。ここで求められた $\{\ddot{x}\}_{i+1}$ を(A-8)式及び(A-9)式に代入すると、 $\{x\}_{i+1}$ 及び $\{\dot{x}\}_{i+1}$ がそれぞれ求まる。

付表1 (A-6)式で想定するプラグの搭載関係

着目するプラグ	被搭載プラグ	搭載プラグ
プラグ1	プラグ3	プラグ5、プラグ6、プラグ7
プラグ2	プラグ3	プラグ8、プラグ9、プラグ10
プラグ3	プラグ4	プラグ1、プラグ2、 プラグ11、プラグ12、プラグ13
プラグ4	なし (ペDESTAL部に固定)	プラグ3 プラグ14、プラグ15、プラグ16



付図1 (A-6)式に示したプラグの搭載関係